

# Problèmes de concours

1. **Olympiades de mathématiques Manhattan 2003**

Montrez que dans un ensemble de cent entiers naturels, on peut toujours trouver un entier divisible par 100 ou plusieurs dont la somme est divisible par 100.

2. **Japon 1997** Dix points se trouvent sur un cercle de diamètre 5 unités. Montrez qu'au moins deux d'entre eux sont distants de moins de 2 unités l'un à l'autre.

3. **OIM 1959** Justifiez que la fraction  $\frac{21n+4}{14n+3}$  est irréductible quelque soit l'entier naturel  $n$  choisi.

4. **OIM 1981\*\*\*** Calculer la valeur maximale de  $m^2 + n^2$  où  $m$  et  $n$  sont des entiers entre 1 et 1981 tels que

$$(n^2 - mn - m^2)^2 = 1.$$

\*\*\* Attention, ce dernier problème admettant une solution contenant des mathématiques hors-programme que nous n'avons pas encore traité, nous vous suggérons de regarder la solution

[https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php?title=1981\\_IMO\\_Problems/Problem\\_3](https://artofproblemsolving.com/wiki/index.php?title=1981_IMO_Problems/Problem_3)

et d'écrire en détails les raisonnements que vous comprenez (il est intéressant d'établir avec honnêteté quels sont les éléments que l'on comprend et quels autres éléments sont un peu trop avancés, on les appelle parfois des boîtes noires).