M1 Mathématiques Fondamentales et Appliquées
Géométrie différentielle
Syllabus

Jean-Marc Schlenker

2011-12

1. **Courbes dans le plan et dans l'espace de dimension 3**
   - Repère de Frenet, courbure, torsion, classification locale, à isométrie près.
   - Nombre d'enroulement, invariance par homotopie, théorème de la tangente tournante.
   - Propriétés globales des courbes planes : inégalité isopérimétrique, théorème des 4 sommets.
   - L'intégrale de la courbure est au moins 2, égalité ssi c'est une courbe plane convexe.

2. **Surfaces dans $\mathbf{R}^3$**
   - Surfaces paramétrées régulières ; exemples (surfaces de révolution, surfaces réglées)
   - Plan tangent ; première forme fondamentale ; notion d'aire.
   - Application de Gauss ; seconde forme fondamentale ; courbures principales ; courbure de Gauss ; lignes de courbure ; surfaces ombiliques ; surfaces à courbure sectionnelle nulle ; exemples.
   - Théorème Egregium de Gauss
   - Courbe paramétrée sur une surface, courbure normale, géodésique ; transport parallèle.
   - Théorème de Gauss-Bonnet ; champs de vecteurs ; applications.

3. **Sous-variétés de $\mathbf{R}^n$**
   - Définition, exemples, paramétrage local, espace tangent, champs de vecteurs
   - Formes différentielles, théorème de Green-Riemann, théorème de Stokes
   - Variétés abstraites : atlas, variétés quotients, théorème de plongement (sans démonstration)
   - Exemples des sphères et des tores.