

ÜBUNGEN ZUR VORLESUNG  
STOCHASTIK FÜR INFORMATIK- UND LEHRAMTSSTUDIERENDE  
IM WS 2001/2002

Blatt 14

1. Februar 2002

---

1. Durch eine Umfrage soll der Prozentsatz der Wähler einer bestimmten Partei mit einem Fehler von höchstens 1 Prozentpunkt ermittelt werden. Bestimmen Sie mit Hilfe des Zentralen Grenzwertsatzes, wie viele unabhängige Befragungen durchzuführen sind, damit das Ergebnis mit einer Sicherheit von mindestens 98% innerhalb der gewünschten Fehlerschranken liegt.
2. Eine Fluggesellschaft weiß aus Erfahrung, dass eine Buchung nur in 90% der Fälle tatsächlich genutzt wird. Sie akzeptiert deshalb mehr Buchungen, als effektiv Plätze vorhanden sind. Wieviele Buchungen darf sie bei einem Flug mit 300 Sitzplätzen akzeptieren, wenn die Wahrscheinlichkeit einer Überbuchung höchstens 2.5% betragen soll?
3. Eine Versicherungsgesellschaft hat  $n$  gleichartige Kontrakte abgeschlossen. Für den  $i$ -ten Kontrakt muss sie die Leistung  $X_i$  erbringen, wobei wir annehmen, dass die  $X_i$  unabhängig und identisch verteilt sind, jeweils mit Erwartungungswert  $m$  und Varianz  $\sigma^2$ . Als Prämie verlangt sie  $z = m + \lambda\sigma^2$ . Die Kapitalreserve der Versicherung betrage  $R$  (in einer geeigneten Einheit, z.B. jeweils in 1000 EU).

- (a) Benutzen Sie den Zentralen Grenzwertsatzes zur näherungsweisen Berechnung der Ruinwahrscheinlichkeit

$$P(S_n > R + nz),$$

wobei  $S_n = X_1 + \dots + X_n$  die Summe der Einzelleistungen bezeichnet.

- (b) Wie groß ist nach (a) die Ruinwahrscheinlichkeit im Fall von  $R = 1440$ ,  $\sigma = 40$ ,  $\lambda = 0.001$  und  $n = 900$ ?
- (c) Über wieviele Kontrakte sollte die Versicherung mindestens verfügen, wenn  $R = 0$ ,  $\sigma = 40$  und  $\lambda = 0.001$  ist, damit die Ruinwahrscheinlichkeit unter 1% liegt?
4. Man verifiziere:

$$\sum_{k: k \leq n + x\sqrt{n}} \frac{n^k e^{-n}}{k!} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \quad \text{für } n \rightarrow \infty.$$

*Hinweis:* Zentraler Grenzwertsatz.

---

Abgabe: Freitag, 8. Februar in der Vorlesung

Internet: <http://homepages.uni-regensburg.de/~tha03502/LEHRE/ws01-02.html>