

1. a) Ein Student kann von 20 Prüfungsfragen 18 Fragen beantworten. Die Note 1 wird genau dann erteilt, wenn von 4 zufällig gewählten Fragen alle korrekt beantwortet werden. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Student die Note 1 erhält.
b) Nach durchzechter Nacht will ein Student der Stochastik seine n CDs in die zugehörigen Hüllen einsortieren. Für jede CD in der richtigen Box erhält er eine Mark. Leider kann er aber nur noch völlig willkürlich arbeiten. Reicht der zu erwartende Gewinn für ein Mensa-Essen bei $n = 5$ bzw. $n = 100$?

2. Sei $X : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$ eine Zufallsvariable auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{A}, P) . Zeigen Sie, X ist genau dann geometrisch verteilt, wenn

$$P(X > n + k \mid X > n) = P(X > k) \quad \text{für alle } n, k \in \mathbb{N}.$$

3. a) Sei X eine Zufallsvariable, die nur die Werte $0, 1, 2, \dots$ annimmt. Dann gilt

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{k=1}^{\infty} P(X \geq k).$$

- b) Berechnen Sie mit Hilfe von a) den Erwartungswert einer geometrisch verteilten Zufallsvariable.
4. Ein Nachtwächter hat einen Schlüsselbund mit 10 verschiedenen Schlüsseln. Wenn er eine Tür aufschließen will, in deren Schloss genau einer der Schlüssel paßt, so probiert er entweder die Schlüssel nacheinander durch, bis er den passenden findet (Methode A). Bei einer anderen Methode (Methode B) probiert er einen zufällig ausgewählten Schlüssel, und wenn dieser nicht paßt, so schüttelt er den Schlüsselbund und probiert einen neuen zufällig ausgewählten Schlüssel.
a) Die Anzahl der Versuche, die nach Methode A bzw. B nötig sind, um den passenden Schlüssel zu finden, werde durch die Zufallsvariable X_A bzw. X_B beschrieben. Bestimmen Sie die Verteilung der beiden Zufallsvariablen.
b) Der Nachtwächter benutzt Methode A, wenn er nüchtern ist, und Methode B, wenn er betrunken ist. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er in einer bestimmten Nacht betrunken ist, betrage $1/3$. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Betriebsleiter den Nachtwächter zu recht der Trunkenheit im Dienst bezichtigt, nachdem er gesehen hat, dass dieser schon 8-mal erfolglos versucht hat, eine Tür aufzusperren?