

MIAS 2  
MATHÉMATIQUES

1. (*Équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants*)

Donner la solution générale des équations différentielles suivantes :

(a)  $y'' - 3y' - 4y = 0$

(b)  $y'' - 4y' + 4y = 0$

(c)  $y'' - 4y' + 5y = 0$ .

2. (*Équations différentielles d'ordre 2 à coefficients constants*)

Résoudre les équations suivantes :

(a)  $y'' + y' = x + 1$

(b)  $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}$  sur  $] -\pi/2, \pi/2[$

(c)  $y'' + y = \frac{1}{\sin x}$  sur  $]0, \pi[$

(d)  $y'' - 4y' + 3y = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ .

3. (*Équations différentielles d'ordre 2 à coefficients non constants*)

Résoudre les équations suivantes :

(a)  $\frac{x^2}{2}y'' - xy' + y + x^3e^x = 0$

(b)  $y'' = \frac{2y}{\cos^2 x}$  sur  $] -\pi/2, \pi/2[$

(c)  $y'' - \frac{2}{x}y' + \left(1 + \frac{2}{x^2}\right)y = x$  sur  $]0, \infty[$  (*Indication:  $z = y/x$* ).

4. Résoudre les équations différentielles suivantes :

(a)  $y'' + 2y' + 5y = 0$ ;  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 1$

(b)  $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}/x^2$ ;  $y(1) = y'(1) = 0$

(c)  $y'' - y = 4e^x$ ;  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 1$

(d)  $y'' + y'^2 = 2e^{-y}$ ;  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 1$  (*Indication:  $p = y'$* )

(e)  $y'' = 2y^3$ ;  $y(0) = y'(0) = 1$ .

5. (a) Intégrer l'équation différentielle  $y'' + a^2y = \sin x$ , où  $a$  désigne une constante strictement positive différente de 1.

(b) Déterminer la solution qui s'annule ainsi que sa dérivée première pour  $x = 0$ .

(c) Trouver la limite de cette solution particulière lorsque  $a$  tend vers 1.

Vérifier que c'est une solution de l'équation  $y'' + y = \sin x$ .

6. Chercher les solutions développables en série entière de l'équation  $y'' - xy' - 2y = 0$ .