DEUG MASS 2 – IUP MIAGE 1
Probabilités I

Samedi 14 décembre 2002, 9h00 – 12h00

Toutes les réponses doivent être justifiées.

---

1. Soient X_1 et X_2 deux variables aléatoires indépendantes telles que
$$P(X_i = 1) = P(X_i = -1) = \frac{1}{2}.$$
Montrer que les variables X_1, X_2 et $X_3 = X_1 X_2$ sont indépendantes deux à deux.
Les variables X_1, X_2, X_3 sont-elles indépendantes ?

2. La variable aléatoire X suit une loi binômiale avec $E(X) = 6$ et $V(X) = 4$. Déterminer les paramètres de cette loi binômiale.

3. Monsieur Dupont provoque avec sa voiture en moyenne 0.5 accidents chaque année.
   (a) Quelle est la probabilité qu'il ait au moins 1 accident dans une année ?
   (b) Quelle est la probabilité qu'il ait 2 accidents dans une année ?

   Modéliser à l'aide de la loi de Poisson.

4. Un homme et une femme veulent mettre au monde des enfants, jusqu'à avoir un enfant de chaque sexe. Quelle est le nombre attendu d'enfants ?
(Nous ignorons la possibilité de naissances multiples, nous supposons que les expériences sont indépendantes, et qu'à chaque naissence la probabilité d'avoir un garçon est égale à la probabilité d'avoir une fille.)

5. Le temps d'attente au téléphone dans un réseau téléphonique est sans mémoire et on sait, qu'à certaines périodes de la journée, le temps d'attente moyen est de 10 minutes, si la ligne est occupée.
   (a) Avec quelle probabilité la ligne est-elle déjà libre au bout de 5 minutes ?
   (b) Combien de temps doit-on attendre, si on veut avoir la ligne libre avec une certitude de 95 % ?

6. Soit X une variable aléatoire de densité :
$$p(t) = \begin{cases} \alpha\, t^2(1-t) & \text{si } t \in [0,1] \\ 0 & \text{si } t \notin [0,1] \end{cases}.$$
   (a) Quelle est la valeur de α ?
   (b) Déterminer la fonction de répartition F de X.
   (c) Déterminer l'espérance, la variance et l'écart-type de X.
   (d) Déterminer la probabilité $P(X > 1/2)$.

Indication: $e^{-0.5} \approx 0.61$, $\ln 0.05 \approx -2.996$