

Bachelor académique en Sciences et Ingénierie

Probabilités et Statistique 1

Feuille de TD n° 2

2019-20

1. Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé et $E_i, i \geq 1$ une suite dans \mathcal{A} . Démontrez que si $\mathbb{P}(E_i) = 1$ pour tout $i \geq 1$, alors $\mathbb{P}\left(\bigcap_{i \geq 1} E_i\right) = 1$.
2. Le jeu poker d'as se joue avec 5 dés à 6 faces. Calculez les probabilités suivantes :
 - (a) $\mathbb{P}\{\text{"pas deux dés pareils"}\} = 0,0926$
 - (b) $\mathbb{P}\{\text{"une paire"}\} = 0,4630$
 - (c) $\mathbb{P}\{\text{"deux paires"}\} = 0,2315$
 - (d) $\mathbb{P}\{\text{"trois dés identiques"}\} = 0,1543$
 - (e) $\mathbb{P}\{\text{"full house, i.e., une paire et un triple"}\} = 0,0386$
 - (f) $\mathbb{P}\{\text{"quatre dés identiques"}\} = 0,0193$
 - (g) $\mathbb{P}\{\text{"cinq dés identiques"}\} = 0,0008$
3. Le jeu dit "craps" se joue de la façon suivante : un joueur lance deux dés. Si la somme fait 2, 3 ou 12 il perd, si la somme fait 7 ou 11 il gagne. Si la somme est un autre nombre i , le joueur relance les deux dés jusqu'à ce que la somme fasse 7 ou i . Si la somme 7 apparaît en premier il perd, tandis qu'il gagne si la somme fait i . Calculez la probabilité que le joueur gagne à craps.

Indication : Soit E_i l'événement que le total du premier lancer vaut i et que le joueur gagne. Argumentez que $\mathbb{P}\{\text{"le joueur gagne"}\} = \sum_{i=2}^{12} \mathbb{P}(E_i)$. Ensuite, argumentez que l'on peut écrire $\mathbb{P}(E_i) = \sum_{n \geq 1} \mathbb{P}(E_{i,n})$ où $E_{i,n}$ représente l'événement que la somme initiale vaut i et que le joueur gagne au n -ième lancer.
4. Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace probabilisé et $E_i, i \geq 1$ une suite dans \mathcal{A} . Montrez l'inégalité de Bonferroni :

$$\sum_{i=1}^n \mathbb{P}(E_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} \mathbb{P}(E_i \cap E_j) \leq \mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^n E_i\right) \leq \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(E_i).$$

Notes et informations du cours : http://math.uni.lu/thalmaier/LEHRE/luxembourg_19-20.html
Questions d'exercice : Robert Baumgarth, robert.baumgarth@uni.lu, MNO 0635-070