

Bachelor académique en Sciences et Ingénierie
Probabilités et Statistiques 2

Examen 1

1. (5 points)

Soit X une variable aléatoire de densité

$$f(x) = cx(1-x), \quad \text{si } 0 \leq x \leq 1 \quad (= 0 \text{ sinon}).$$

- (a) Trouver la constante c .
- (b) Trouver la fonction de répartition F_X de X .
- (c) Trouver $\mathbb{E}[X]$.
- (d) Trouver $\text{var}(X)$.

2. (5 points)

Un produit immunisant contre une certaine maladie est inoculé à des souris et on observe la durée d'immunisation. On suppose que pour chaque souris, cette durée d'immunisation (en jours) est une variable aléatoire T dont la densité de probabilité est donnée par :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \mathbf{1}_{\{x>0\}}.$$

- (a) Déterminer λ pour que la moyenne de T soit de 5 jours.
- (b) Trouver la variance de T .
- (c) Quelle est la probabilité qu'une souris soit encore immunisée 6 jours après l'inoculation ?
- (d) Combien de temps faut-il pour qu'une souris ne soit plus immunisée à 5% près ?

3. (5 points)

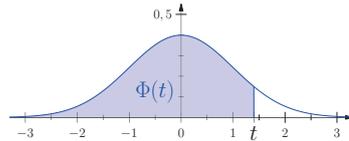
Un échantillon de 10.000 personnes sur une population étant donné, on sait que le taux moyen de personnes à soigner pour un problème de cholestérol élevé est de 7,5%. Donner un intervalle dans lequel on soit "sûr" à 95%, de trouver le nombre exact de personnes à soigner sur les 10.000.

4. (5 points)

Une entreprise produit un nombre X de produits défectueux par jour. X variant de jour en jour, on peut considérer que X est une variable aléatoire, dont on a constaté par expérience que $\mathbb{E}[X] = 50$. En revanche, la loi de probabilité de X est inconnue.

- (a) En utilisant l'inégalité de Tchebychev, que peut-on dire de la probabilité que X soit compris entre 40 et 60 lorsque $\text{var}(X) = 25$.
- (b) Que peut-on dire de la probabilité que X soit compris entre 40 et 60 si l'on sait que X suit une loi normale d'espérance 50 et de variance 25. Que constatez vous ?

Table de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0,1)$



Pour Z de loi $\mathcal{N}(0,1)$,

$$\Phi(t) = F_Z(t) = P(Z \leq t) = \int_{-\infty}^t e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}}$$

t	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9950	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986