

# Inhaltsverzeichnis

## Einleitung

### 1. Grundlagen

1.1 Maßtheoretische Vorbereitungen	11
1.2 Stochastische Abhängigkeit. Bedingte Erwartungen	17
1.3 Markovkerne. Bedingte Verteilungen	22
1.4 Maße auf polnischen Räumen	25
1.5 Markov-Halbgruppen	29
1.6 Gaußmaße	35

### 2. Stochastische Prozesse

2.1 Der Begriff des stochastischen Prozesses	42
2.2 Stetige Modifikation	47
2.3 Wienermaß und Brownsche Bewegung	52
2.4 Gaußprozesse	60
2.5 Markovprozesse	66
2.6 Stochastische Flüsse	73
2.7 Markovprozesse mit endlicher Lebenszeit	79
2.8 Übergang zu zeithomogenen Halbgruppen	81

### 3. Martingaltheorie

3.1 Filtrierungen	84
3.2 Stopzeiten	90
3.3 Stoppung von stochastischen Prozessen	95
3.4 Martingale	99
3.5 Martingal-Ungleichungen	102
3.6 Martingal-Konvergenz	106
3.7 Einige Anwendungen der Martingal-Konvergenz	113
3.8 Diffusionen	128
3.9 Die $h$ -Transformation und Konditionierung von Diffusionsprozessen	138

### 4. Stochastische Integration

4.1 Stieltjesintegral, Variation und quadratische Variation	155
4.2 Pfadweise stochastische Integrale	159
4.3 Lokale Martingale und ihre quadratische Variation	163
4.4 Der Klammerprozeß (Quadratische Kovariation)	172
4.5 Stochastische Integrale nach lokalen Martingalen	176
4.6 Rechenregeln für stochastische Integrale nach lokalen Martingalen	181
4.7 Der Itô-Kalkül	193
4.8 Vektorwertige Semimartingale	201
4.9 Verallgemeinerte Itô-Formel und Lokalzeit	203

<b>5. Weiterentwicklung und erste Anwendungen</b>	
5.1 Die Brownsche Bewegung als Martingal	217
5.2 Zeitwechsel	221
5.3 Reflexionsprinzip und starke Markoveigenschaft ...	230
5.4 Lokale Martingale als zeittransformierte Brownsche Bewegungen	235
5.5 Brownsche Filtrierungen und stochastische Integraldarstellung	245
5.6 Maßwechsel und zugehörige Girsanov-Transformation	249
5.7 Abstrakter Wieneraum	262
5.8 Homogenes Chaos	270
<b>6. Stochastische Differentialgleichungen</b>	
6.1 Gewöhnliche Differentialgleichung mit Rauschterm	280
6.2 Existenz und Eindeutigkeit unter globalen Lipschitzbedingungen	288
6.3 Maximallösungen unter lokalen Lipschitzbedingungen	297
6.4 Starke Lösungen	306
6.5 Lösungsfluß und Markoveigenschaft von Lösungen	313
6.6 Schrödinger-Halbgruppe und Feynman-Kac-Formeln	319
6.7 Verteilungseindeutigkeit	330
6.8 Eindimensionale stochastische Differentialgleichungen	338
<b>7. Stochastische Analysis auf Mannigfaltigkeiten</b>	
7.1 Stochastische Differentialgleichungen auf Mannigfaltigkeiten	349
7.2 Quadratische Variation und Integration von 1-Formen	375
7.3 Martingale und Brownsche Bewegungen	384
7.4 Paralleltransport und stochastisch wandernde Basen	408
7.5 Morphismen von Martingalen und Brownschen Bewegungen	437
7.6 Stochastische Differentiale und Tangentialräume zweiter Ordnung	452
7.7 Konvergenz und Konfluenz von Martingalen	466
7.8 Brownsche Bewegung und Krümmung	480

**Notationen**

**Literaturverzeichnis**

**Sachregister**