Übungen zur Mathematik für Chemiker 1

Wintersemester 2008/09

Universität Duisburg-Essen
Institut für Experimentelle Mathematik
Prof. Dr. Gabor Wiese

Blatt 3

Abgabe: Bis Mittwoch, 29.10.2008, 8.10 Uhr, im Kasten 1 vor dem Dekanat Mathematik.
Besprechung: Freitag, 31.10.2008, bzw. Montag, 3.11.2008, in den Übungsgruppen.

1. Seien A, B Mengen. Zeigen Sie:

   (a) $A \subseteq B \;\Leftrightarrow\; A = A \cap B \;\Leftrightarrow\; B = A \cup B$.

   (b) $A \cap B = \emptyset \;\Leftrightarrow\; A \setminus B = A$.

2. Zeichnen Sie die Graphen und bestimmen Sie die Nullstellen sowie die Wertebereiche folgender Funktionen:

   (a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = \mathrm{sgn}(x-7) + \mathrm{sgn}(x^2)$,

   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = 3x - 1$,

   (c) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = |3x - 1|$,

   (d) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = -x^2 + 2x + 5$ (Tipp: Benutzen Sie quadratische Ergänzung; Kurvendiskussion ist unnötig.)

   Welche der Funktionen sind injektiv, welche surjektiv, welche bijektiv?

3. Man berechne, vereinfache beziehungsweise beweise:

$$\frac{11!}{8!}, \quad \frac{(n-1)!}{(n-5)!} \text{ für } n \geq 5, \quad \binom{11}{7}, \quad \frac{k!}{3!(k-3)!} \text{ für } k \geq 3, \quad \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \text{ für } n \geq k.$$

4. Man zeige direkt durch Ausmultiplizieren für $n = 2, 3, 4, 5$:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k.$$

5. **Abgabeübung:** Gegeben seien folgende bijektive Funktionen:

   (a) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = 3x - 1$,

   (b) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : \; f(x) = -\frac{1}{2}x + 7$ und

   (c) $f : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R}_{\geq 0} : \; f(x) = 3x^2 + 8x$ (hier ist $\mathbb{R}_{\geq 0} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$).

   Bestimmen Sie die jeweils die Umkehrfunktion.