
Übungen zur Mathematik für Chemiker 1

Wintersemester 2008/09

Universität Duisburg-Essen
Institut für Experimentelle Mathematik
Prof. Dr. Gabor Wiese

Blatt 4

Abgabe: Bis Mittwoch, 5.11.2008, 8.10 Uhr, im Kasten 1 vor dem Dekanat Mathematik.

Besprechung: Freitag, 7.11.2008, bzw. Montag, 10.11.2008, in den Übungsgruppen.

1. Vereinfachen Sie unter Verwendung der allgemeinen binomischen Formel aus der Vorlesung für alle n den Ausdruck

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}.$$

2. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion die folgenden Formeln:

(a) $\sum_{k=0}^n x^k = \frac{1-x^{n+1}}{1-x}$ für alle $x \neq 1$,

(b) $\sum_{k=1}^n k^2 = 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+2)(2n+1)}{6}$.

3. Ein Dominospiel hat Steine, deren obere Seite in zwei Hälften eingeteilt ist, auf denen je eine Zahl zwischen 0 und 6 steht, so dass jede mögliche Kombination von zwei Zahlen genau einmal vorkommt. Dabei werde nicht unterschieden zwischen (i, j) und (j, i) , d.h. der Stein $(1, 6)$ und der Stein $(6, 1)$ sind identisch.

Wie viele Spielsteine gibt es? Wie oft kommt die 0 auf mindestens einer der Hälften vor? Wie oft kommen die anderen Zahlen auf mindestens einer der Hälften vor?

4. ("Geburtstagsparadox") In einer Schulklasse sind $k = 25$ Schüler. Das Jahr hat $n = 365$ Tage (Schaltjahre beachten wir nicht). Unter einer Geburtstagskonstellation wollen wir ein k -Tupel (T_1, T_2, \dots, T_k) verstehen, wobei T_i jeweils für einen der n Tage des Jahres steht. Dabei gibt T_1 den Geburtstag des Schülers Nummer eins an, T_2 den des Schülers Nummer zwei an, und so weiter.

Wieviele verschiedene Geburtstagskonstellationen gibt es? Geben Sie dafür eine Formel an und schätzen Sie dann die Anzahl der Dezimalstellen des Ergebnisses ab.

Wieviele Konstellationen gibt es, bei denen die Schüler alle an verschiedenen Tagen Geburtstag haben? Geben Sie auch hier eine Formel an.

Der wievielte Anteil ist das? Geben Sie eine Formel an und rechnen Sie das Ergebnis bis auf zwei Stellen nach dem Komma aus.

5. **Abgabeübung:** Wieviele 3-atomige Moleküle lassen sich aus 5 verschiedenen atomaren Bausteinen theoretisch bilden, wenn jeder Baustein

(a) nur einmal,

(b) mehrmals,

(c) höchstens zweimal

verwendet werden darf?