

Applications physiques et autres exemples concrets

Le modèle du Slinky

Un Slinky est un ressort jouet constitué d'un fil enroulé. On peut le modéliser comme une hélice élastique flexible de longueur totale de fil constante. Contrairement à une hélice enroulée autour d'un cylindre rigide, un Slinky peut s'étirer tout en **conservant sa longueur totale de fil et son nombre de tours**.



Un Slinky ¹⁴

Pour obtenir un modèle mathématique simple, on se concentre sur un seul tour du Slinky et on suppose qu'il reste approximativement une hélice circulaire pendant l'étirement.¹⁵ Un tel tour est décrit par un rayon r et un paramètre vertical c . Sa longueur d'arc est

$$L_{turn} = 2\pi\sqrt{r^2 + c^2}$$

En supposant que l'étirement est réparti uniformément le long du Slinky, la longueur de chaque tour reste constante. Donc :

$$r^2 + c^2 = A^2$$

où A est une constante déterminée par la longueur de fil d'un tour.

Cette relation montre que, lorsque le Slinky est étiré :

- c augmente, donc les tours deviennent plus allongés verticalement ;
- r diminue, donc le Slinky devient plus étroit.

Interprétation géométrique dans le plan $r - c$:

Les valeurs possibles de r et de c vérifient

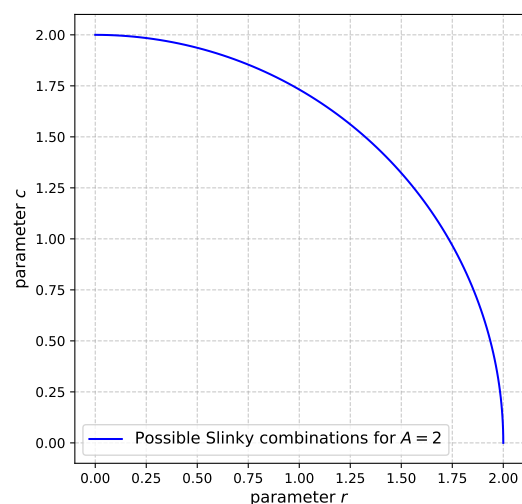
$$r^2 + c^2 = A^2 \quad r \geq 0, \quad c \geq 0$$

elles correspondent donc aux points d'un quart de cercle de rayon A dans le plan $r - c$.

Lorsque le Slinky est étiré, le point (r, c) se déplace le long de ce quart de cercle :

r diminue tandis que c augmente.

La figure de droite montre toutes les paires possibles (r, c) pour un tour de Slinky avec un paramètre de longueur fixé $A = 2$.



¹⁴CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=554020>

¹⁵Il s'agit d'une simplification : un vrai Slinky ne reste pas une hélice parfaite lorsqu'il se déforme.

Boulons et écrous

Le filetage d'un boulon forme une arête hélicoïdale enroulée autour d'un cylindre. Le filetage correspondant à l'intérieur de l'écrou suit la même géométrie hélicoïdale, ce qui permet aux deux pièces de s'engager.

Lorsque le boulon tourne par rapport à l'écrou, ces deux hélices correspondantes interagissent de manière à convertir un mouvement de rotation en mouvement de translation.

Pour qu'un boulon et un écrou s'assemblent correctement, leurs filetages doivent partager les mêmes caractéristiques géométriques, en particulier le pas, le rayon et le profil du filetage.



Figure 11: Un assemblage boulon-écrou et un modèle simplifié imprimé en 3D de la situation.¹⁷

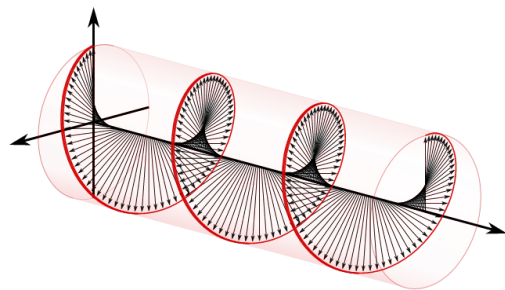
Ondes polarisées circulairement et antennes hélicoïdales

Une antenne hélicoïdale est une antenne électromagnétique dont l'élément conducteur est enroulé sous la forme d'une hélice. Lorsqu'elle fonctionne en mode axial, l'antenne émet et reçoit des ondes électromagnétiques polarisées circulairement le long de l'axe de l'hélice.

Ce comportement est étroitement lié à la géométrie hélicoïdale : lorsque le courant suit le trajet spiralé, le champ électrique résultant possède deux composantes orthogonales avec un déphasage d'environ 90° , ce qui fait tourner le vecteur champ pendant la propagation. Le fonctionnement efficace en mode axial se produit généralement lorsque la circonférence C de l'hélice est du même ordre que la longueur d'onde ($C \approx \lambda$)¹⁸, ce qui rend les paramètres géométriques de l'hélice directement pertinents pour les caractéristiques de l'onde émise.



Réseau de quatre antennes hélicoïdales en mode axial¹⁹



Onde polarisée circulairement²⁰

¹⁷CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:M4_Inbusschraube_focusstacked.jpg

¹⁸John D. Kraus. *Antennas*. McGraw-Hill, 1988. ISBN: 9780071004824, Section 7.1

¹⁹CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Traqueur_acquisition.JPG

²⁰PD, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Circular.Polarization.Circularly.Polarized.Light_Without.Components_Right_Handed.svg

Hélices chez les plantes

Certaines structures végétales, comme les vrilles et les plantes grimpantes, développent souvent des formes hélicoïdales en raison de croissances ou de contractions différentielles entre leurs couches. Par exemple, si la couche supérieure croît plus vite ou si la couche inférieure se contracte davantage, le déséquilibre qui en résulte provoque une torsion de la structure en forme d'hélice.²¹



La vrille d'une plante grimpante.²²

²¹Andrej Košmrlj. *Lessons from Biology for Engineering Tiny Devices, Lecture 10-11*. Accessed: 2026-06-19. 2017. URL: https://www.princeton.edu/~akosmrlj/MAE545_S2017/lecture10-11_slides.pdf

²²CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:DirkvdM_natural_spiral.jpg