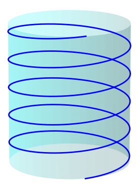
Alternative Helixformen und Spiralen

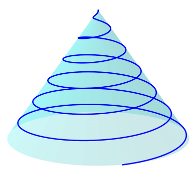
Bisher haben wir uns auf **zylindrische Helices** konzentriert: Kurven, die auf einem Zylinder liegen und mit seiner Achse einen konstanten Winkel bilden. Zylinder sind jedoch nicht die einzigen Flächen, auf denen helikale Kurven liegen können. Ersetzt man den Zylinder durch eine andere Fläche, erhält man verschiedene Arten von Helices.

Alternative Helixformen:

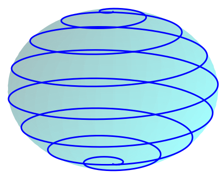
- Eine **konische Helix** liegt auf der Oberfläche eines geraden Kreiskegels.
  Wie eine zylindrische Helix windet sie sich um die Achse des Kegels. Der Hauptunterschied besteht darin, dass der Radius nicht mehr konstant ist: Wenn ein Punkt die Kurve durchläuft, nimmt sein Abstand von der Achse zu oder ab.
- Eine **sphärische Helix** liegt auf der Oberfläche einer Kugel.
  Da eine Kugel beschränkt ist, kann sich die Kurve nicht unbegrenzt fortsetzen. Stattdessen windet sie sich um die Kugel und bleibt dabei auf ihrer Oberfläche.
- Eine **toroidale Helix** liegt auf der Oberfläche eines Torus, also einer donutförmigen Fläche.
  Man kann sie als eine Helix auffassen, die auf ein geschlossenes zylindrisches Rohr gezeichnet ist. Wenn ein Punkt die Kurve durchläuft, windet er sich um das Rohr und bewegt sich gleichzeitig um das zentrale Loch des Torus.



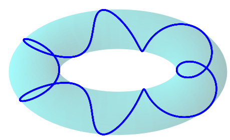
Zylindrische Helix



Konische Helix



Sphärische Helix



Toroidale Helix

Helix vs. Spirale

In der Alltagssprache werden die Begriffe "Spirale" und "Helix" häufig austauschbar verwendet (z. B. "Spiralfeder"). In der Mathematik sind diese Begriffe jedoch verschieden, auch wenn sie eng miteinander verbunden sind.

Eine **Spirale** ist eine **ebene (2D-)Kurve**, die von einem Mittelpunkt ausgeht und sich allmählich weiter von diesem entfernt, während sie sich um diesen Punkt dreht.

In $x - y$-Koordinaten kann die Kurve durch Parameterdarstellungen beschrieben werden:

$$x = r(t)\cos(t), \qquad y = r(t)\sin(t)$$

wobei $r(t)$ eine stetige monotone Funktion des Winkels t ist.

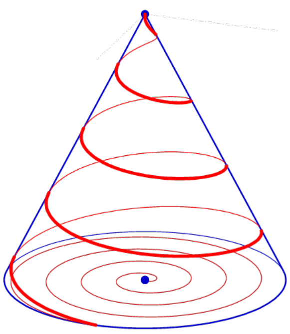
Beziehung zu Helices:
Während Spiralen ebene (2D-)Kurven und Helices räumliche (3D-)Kurven sind, können mehrere wichtige Spiralen durch geeignete Projektionen aus Helices gewonnen werden.
Bemerkenswerte Beispiele:

- **Archimedische Spirale:** $r(t) = a \cdot t$, mit $a \in \mathbb{R}$.
  Diese Spirale kann als **orthogonale Projektion** einer **gleichmäßigen konischen Helix** auf die Grundfläche des Kegels erhalten werden.

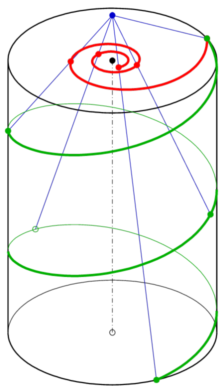
- **Hyperbolische Spirale:** $r(t) = \dfrac{a}{t}$, mit $a \in \mathbb{R}$.
  Diese Spirale kann als **Zentralprojektion** einer **zylindrischen Helix** vom Scheitel eines Kegels auf eine Ebene erhalten werden.

- **Logarithmische Spirale**: $r(t) = a \cdot e^{kt}$, mit $a \in \mathbb{R}_+^*$ und $k \in \mathbb{R}^*$.
  Im Gegensatz zu den vorherigen Beispielen besitzt die logarithmische Spirale keine unmittelbare geometrische Beziehung zu Helices.

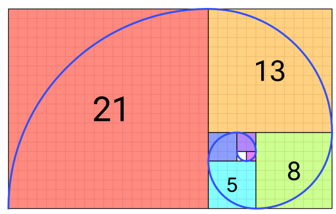
Die logarithmische Spirale umfasst für $k = \dfrac{\ln(\Phi)}{\pi/2}$ die **goldene Spirale**, wobei $\Phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ der goldene Schnitt ist. Eine bekannte Approximation der goldenen Spirale ist die **Fibonacci-Spirale**.



Konische Helix mit einer archimedischen Spirale als Grundrissprojektion [5]



Hyperbolische Spirale als Zentralprojektion einer Helix [6]



Eine Approximation der goldenen Spirale durch die Fibonacci-Spirale [7]

[5] CC BY-SA 4.0, https://en.wikipedia.org/wiki/File:Spiralconearch-s.svg
[6] CC BY-SA 4.0, https://en.wikipedia.org/wiki/File:Schraubliniehypspirale.svg
[7] CC BY-SA 4.0, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Fibonacci_spiral_2019.svg