

# Boules et urnes

Modélisation du terme combinatoire par des boules et des urnes :

- **Permutation d'objets différents** : On a une urne contenant  $n$  boules en  $n$  couleurs différentes. On retire une boule après l'autre (première, deuxième. . .) et on retient l'ordre des couleurs. De cette manière on a ordonné les boules.  
*Tirages sans remise de toutes les boules et avec considération de l'ordre.*
- **Permutation d'objets non discernables** : On a une urne contenant  $n$  boules. Les boules ne sont pas tous discernables : on a  $s < n$  couleurs différentes et la  $i$ -ème couleur existe exactement  $k_i$ -fois ( $k_1 + \dots + k_s = n$ ). On retire toutes les boules, l'une après l'autre (première, deuxième. . .) et on retient l'ordre des couleurs. De cette manière on a ordonné les boules, sans discerner les boules de même couleur.  
*Tirages sans remise de toutes les boules et avec considération de l'ordre.*
- **Arrangement sans répétition** : On a une urne contenant  $n$  boules en  $n$  couleurs différentes. On en retire  $k$  (première, deuxième. . .) et on retient l'ordre des couleurs. De cette manière on a ordonné les  $k$  boules choisies.  
*Quelques tirages sans remise des boules et avec considération de l'ordre.*
- **Arrangement avec répétition** : On a une urne contenant  $n$  boules en  $n$  couleurs différentes. On en retire  $k$  (première, deuxième. . .) et on retient l'ordre des couleurs. Maintenant on remet la boule choisie dans l'urne. De cette manière on a toujours choisi parmi  $n$  boules. Dans l'ordre des couleurs, il peut y avoir des répétitions de couleur, si on retire les mêmes boules encore une fois.  
*Quelques tirages avec remise des boules et considération de l'ordre.*
- **Combinaison sans répétition** : On a une urne contenant  $n$  boules en  $n$  couleurs différentes. On en retire  $k$ , mais on ne retient pas l'ordre des couleurs (équivalent : on retire les boules en même temps). De cette manière on obtient l'ensemble des  $k$  boules choisies (non ordonné).  
*Quelques tirages sans remise des boules et sans considération de l'ordre.*
- **Combinaison avec répétition** : On a une urne contenant  $n$  boules en  $n$  couleurs différentes. On en retire  $k$ , mais on ne retient pas l'ordre des couleurs. Maintenant, on remet à chaque fois la boule choisie : On choisit donc toujours parmi  $n$  boules. Il peut y avoir des répétitions, si on retire la même boule encore une fois. De cette manière on obtient le multiensemble des  $k$  boules choisies (non ordonnées).  
*Quelques tirages avec remise des boules et sans considération de l'ordre.*