

MATH DAY 2023

ІНСТРУКЦІЇ:

Завдання

ПОЧАТКОВИЙ РІВЕНЬ: Завдання з 1 по 12 включно.

СЕРЕДНІЙ РІВЕНЬ: Завдання з 5 по 16 включно.

ВИСОКИЙ РІВЕНЬ: Завдання з 11 по 16 включно та три завдання на доведення.

УВАГА Виконані завдання поза вказаними не будуть зараховані!

Оцінювання

Завдання складаються з вибору відповіді та оцінюються таким чином: 3 бали за правильну відповідь, 0 балів за неправильну відповідь, 1 бал за відсутність відповіді. Тільки одна відповідь на запитання є правильною. Тільки для ВИСОКОГО РІВНЯ: завдання на доведення оцінюються 9-ма балами кожне. Необхідно надати письмові розв'язання.

Будь ласка, заповніть інформацію нижче. Запишіть свої відповіді на завдання з вибором відповіді у таблицю на наступній сторінці.

ІМ'Я

ПРІЗВИЩЕ

РІВЕНЬ

(Початковий/Середній/Високий)

Завдання	Рівень	Відповідь (А,В,С,D або Е)
1	П	
2	П	
3	П	
4	П	
5	П, С	
6	П, С	
7	П, С	
8	П, С	
9	П, С	
10	П, С	
11	П, С, В	
12	П, С, В	
13	С, В	
14	С, В	
15	С, В	
16	С, В	

Завдання

1. Близнюки Ерік і Оскар повинні ділитися улюбленою грою протягом року (з 1 січня по 31 грудня). Рік не є високосним. Вони вирішують, що Ерік буде грати в парні числа місяця (2-е число кожного місяця, 4-е число кожного місяця і так далі), а Оскар — у непарні числа місяця. Однак, вони розуміють, що непарних днів більше, ніж парних. Насправді, на скільки більше?

A: 2
B: 5
C: 7
D: 12

2. Двоє джентльменів, пан Адамс і пан Беккам, підходять до дверей одночасно й повинні домовитися, хто увійде першим. Через рівні проміжки часу вони роблять спроби дійти згоди. При кожній спробі вони можуть говорити (сказати «Ти перший») або мовчати. Якщо вони обидва говорять одночасно, ніхто не входить. Якщо ніхто не говорить, ніхто не входить. Якщо говорить лише один, входить джентльмен, що мовчав.

Якщо вони говорять одночасно, пан Адамс має мовчати, принаймні, один раунд, а пан Беккам — принаймні, два раунди. Якщо ніхто не говорить протягом, принаймні, 3 раундів поспіль, тоді пан Беккам буде говорити у наступному раунді. Жоден з джентльменів не знає правил, якими керується інший джентльмен, і вони не домовляються щодо стратегії. Чи, урешті-решт, станеться раунд, коли один джентльмен входить в двері?

A: Так
B: Ні

3. Є чотири статуї ельфа, які відрізняються лише розміром. Розміри XL (дуже великий), L (великий), M (середній), S (маленький) відповідно. Статуї мають різну вагу, яка зменшується в такому ж порядку, тобто найбільша статуя є найважчою, друга за розміром — другою за вагою і т.д. Ваш друг зважив статуї попарно, і вага різних пар у грамах становить

18, 24, 30, 30, 36, 42.

Яка загальна вага (у грамах) чотирьох статуй?

- A: 60
 - B: 120
 - C: 150
 - D: 180
-

4. Малюк грається машинкою, якою можна дистанційно керувати. Автомобіль може повертати ліворуч або праворуч лише на кут величиною 90° . Причому, після кожного пройденого метра, він повертає рівно один раз, і малюкові залишається тільки вирішувати, ліворуч це буде чи праворуч. Малюк грається на прямокутному килимі розміром 3×4 метри. Автомобіль починає рух з одного із кутів килима вздовж однієї із сторін. До скількох інших кутів килима може дістатися автомобіль?

- A: 1
 - B: 2
 - C: 3
-

5. В світі, схожому на наш, живуть люди, які або брехуни, або такі, що говорять правду. Брехуни завжди брешуть, а люди, які говорять правду, завжди говорять правду. Дитина каже: «У моїй родині всі брехуни». Це твердження:

- A: Правда
 - B: Брехня
 - C: Не є ані правдою, ані брехнею
-

6. Ви готуєте заняття з йоги, де учасники будуть сидіти на стільцях, розташованих в ряд. Стільці стоять поруч, між ними немає вільного простору. Проте учасники повинні мати можливість витягнути руки в сторони, не торкаючись один одного. Тому між будь-якими двома зайнятими місцями має бути два вільних місця. Після розміщення стільців у ряд, зайнявши весь доступний простір, ви вирішуєте прибрати два стільці, оскільки це не зменшує кількості місць, доступних для учасників. Чому дорівнює остача при діленні на 3 кількості стільців в ряді, після того, як прибрати два стільці?

- A: 0
 - B: 1
 - C: 2
-

7. Вам дозволено витягнути N кульок з коробки, що містить багато кульок кожного з наступних кольорів: синій, зелений, жовтий, червоний. Ви виграєте, якщо витягнете 1 синю кульку, або 2 зелених кульки, або 3 жовтих кульки, або 4 червоних кульки. Яке найменше можливе значення N , при якому ви гарантовано виграєте?

- A: 4
 - B: 5
 - C: 6
 - D: 7
-

8. У магазині продають трикутні плитки, де кожна плитка має довжини сторін 8, 12 і 18 сантиметрів. Вам подобається форма, але вам потрібна плитка більшого розміру. Потрібний вам трикутник подібний до тих, що продаються в магазині, і довжини сторін у сантиметрах знову є цілими числами. Крім того, дві його сторони дорівнюють 12 і 18 сантиметрів. Яка довжина третьої сторони в сантиметрах?

- A: 24
 - B: 27
 - C: 30
 - D: 36
-

9. Алісі потрібно 4 години, щоб пофарбувати паркан, а Бобу — 12 годин для виконання того ж завдання. Скільки годин займе фарбування паркану, якщо вони працюватимуть над завданням разом?

- A: 1
 - B: 2
 - C: 3
 - D: 4
-

10. Ви організовуєте день кіно у своїй школі. Ви знаєте, що 50% учнів подивилися «Прибульці та алігатори» (фільм A), а 40% учнів подивилися «Баскетбол і печиво» (фільм B). Ви знаєте, що 20% учнів, які подивилися фільм A , також подивилися і фільм B . Який відсоток учнів, які подивилися фільм B , також подивилися і фільм A ?

A: 5%
B: 10%
C: 25%
D: 50%

11. У вашому улюбленому ресторані ви можете купити нагетси тофу на винос. Вони продаються в упаковках по 3, 5 або 7 штук. Таким чином, неможливо замовити, наприклад, точно 2 нагетси тофу. Скільки існує цілих чисел $n \geq 1$, для яких ви не можете купити саме n нагетсів?

A: 1
B: 2
C: 3
D: 4
E: 5

12. Ваш клас готується до екскурсії і вчителі наповнюють сендвічами сумки для обіду, з розрахунку одна сумка для обіду на кожного учня. Сумки для обіду та сендвічі всі однакові. Кожен сендвіч можна розрізати на 2 або 3 рівні частини. Ви знаєте, що 14 сендвічами можна наповнити 9 сумок для обіду, але не 10. Скільки сендвічів пішло на наповнення сумок для обіду для 24 учнів?

A: 24
B: 30
C: 32
D: 36
E: 48

13. У мішечку знаходяться кульки червоного, жовтого або зеленого кольору. Вибираємо дві кульки поспіль, не повертаючи першу назад. Ймовірність взяти дві червоні кульки становить $\frac{1}{7}$, а дві жовті — $\frac{1}{5}$. Яка найменша кількість кульок у мішечку можлива, щоб це виявилось правдою?

A: 15

B: 35

C: 70

-
14. Нові люксембурзькі номерні знаки складаються з двох літер, за якими йде 4-значний номер. Оскільки літера O і цифра 0 на табличках виглядають занадто схожими, один із двох символів потрібно заборонити. Який символ маємо заборонити, щоб отримати найбільшу кількість автомобільних номерів? (Алфавіт, що розглядається має 26 літер.)

A: Літеру O .

B: Цифру 0 .

C: Вибір не має значення.

-
15. Скільки існує цілих чисел $n \geq 1$, для яких $16n^2 + 25$ є квадратом натурального числа?

A: 0

B: 1

C: 2

D: 5

-
16. Є п'ять маленьких статуй ельфа, і ви знаєте їхню загальну вагу W . Статуї відрізняються за своїми розмірами: XL (дуже великі), L (великі), M (середні), S (малі), XS (дуже малі), і вони мають різну вагу, що зменшується в тому ж порядку. Ваш друг зважив статуї попарно і записав значення у порядку від найбільшого до найменшого

$$W_1, W_2, \dots, W_{10}.$$

Знаючи лише $W_2 + W_{10}$, вагу якої статуї можна дізнатися?

A: XL

B: L

C: M

D: S

E: XS

Завдання на доведення (тільки для високого рівня)

Завдання 1. Нехай $ABCD$ — прямокутник, у якому $AB > BC$, і такий, що $BC = 1$. Нехай E — точка, відмінна від B і така, що $CE = BC$ та $\angle AEC = 90^\circ$. Припустимо, що $\angle DCE = 30^\circ$. Знайти довжину AB .

Завдання 2. Ви намагаєтеся зламати код із 8 цифр. Ви знаєте, що кодом є день народження людини, яка народилася між роком 1 (включно) і сьогоднішнім днем, у форматі ДДММРРРР (наприклад, сьогоднішня дата буде 25022023). Ви також маєте наступну інформацію:

- день є простим числом;
- простий розклад року задається $p \cdot (p + 10) \cdot (2p + 3)$, де p — просте число;
- людина народилася в середу.

Який код?

Завдання 3. Нижче наведено ціле число; знайти його значення:

$$2\sqrt{\frac{2\sqrt{5}-4}{\sqrt{5}+1}} + \sqrt[3]{17\sqrt{5}-38}.$$