

MATH DAY 2025

- (1) We call a positive integer n nice if n can be written as the sum of six distinct positive integers that are divisors of n .
- (a) Exhibit a number between 20 and 30 that is nice.
 - (b) How many multiples of 2025 are nice?
 - (c) How many odd numbers are nice?
- Justify your answers.

Nous appelons un entier positif n agréable s'il peut être écrit comme la somme de six entiers positifs distincts qui sont des diviseurs de n .

- (a) Donnez un nombre entre 20 et 30 qui est agréable.
- (b) Combien de multiples de 2025 sont agréables ?
- (c) Combien de nombres impairs sont agréables ?

Justifiez vos réponses.

Wir nennen eine positive ganze Zahl n schön, wenn n als die Summe von sechs verschiedenen positiven ganzen Zahlen geschrieben werden kann, die Teiler von n sind.

- (a) Zeigen Sie eine Zahl zwischen 20 und 30, die schön ist.
- (b) Wie viele Vielfache von 2025 sind schön?
- (c) Wie viele ungerade Zahlen sind schön?

Begründen Sie Ihre Antworten.

-
- (2) Consider a 16×16 grid whose cells can be either black or white. We apply a series of operations. An operation consists in choosing a line or column and changing the color of every cell it contains. The grid is initially all white.
- (a) Show that the order of the operations is not important.
 - (b) Show that choosing the same line (respectively, column) twice in the series of operations is equivalent to not choosing it at all.
 - (c) If l distinct lines and k distinct columns are chosen, show that there are exactly

$$16k + 16l - 2kl$$

black cells.

- (d) Is it possible to reach a configuration where exactly 44 cells are black? Justify your answer.
- (e) Is it possible to reach a configuration where exactly 10 cells are black? Justify your answer.

Considérons une grille 16×16 dont les cellules peuvent être soit noires soit blanches. Nous appliquons une série d'opérations. Une opération consiste à choisir une ligne ou une colonne et à changer la couleur de chaque cellule qu'elle contient. La grille est initialement entièrement blanche.

- (a) Montrez que l'ordre des opérations n'est pas important.
- (b) Montrez que choisir la même ligne (respectivement, colonne) deux fois dans la série d'opérations est équivalent à ne pas la choisir du tout.

- (c) Si l lignes distinctes et k colonnes distinctes sont choisies, montrez qu'il y a exactement

$$16k + 16l - 2kl$$

cellules noires.

- (d) Est-il possible d'atteindre une configuration où exactement 44 cellules sont noires ? Justifiez votre réponse.
- (e) Est-il possible d'atteindre une configuration où exactement 10 cellules sont noires ? Justifiez votre réponse.

Betrachten wir ein 16×16 -Gitter, dessen Zellen entweder schwarz oder weiß sein können. Wir wenden eine Reihe von Operationen an. Eine Operation besteht darin, eine Zeile oder eine Spalte auszuwählen und die Farbe jeder Zelle zu ändern, die sie enthält. Das Gitter ist anfänglich ganz weiß.

- (a) Zeigen Sie, dass die Reihenfolge der Operationen nicht wichtig ist.
- (b) Zeigen Sie, dass das zweimalige Wählen derselben Zeile (bzw. Spalte) in der Reihe von Operationen äquivalent dazu ist, sie gar nicht auszuwählen.
- (c) Wenn l verschiedene Zeilen und k verschiedene Spalten ausgewählt werden, zeigen Sie, dass es genau

$$16k + 16l - 2kl$$

schwarze Zellen gibt.

- (d) Ist es möglich, eine Konfiguration zu erreichen, bei der genau 44 Zellen schwarz sind? Begründen Sie Ihre Antwort.
- (e) Ist es möglich, eine Konfiguration zu erreichen, bei der genau 10 Zellen schwarz sind? Begründen Sie Ihre Antwort.