MathDay 2022 Junior

Questions (16 questions à choix multiples)

1. Quelqu'un parmi Alice, Bob et Charles est un menteur, alors que les deux autres disent la vérité.
   Alice dit : Je ne suis pas une menteuse.
   Bob dit : Alice n'est pas une menteuse.
   Charles dit : Alice est une menteuse.
   Qui est le menteur ?
   Réponse correcte : Charles
   Réponses : Alice,Bob,Charles
   Solution : Puisque Bob et Charles disent des choses contradictoires, l'un d'entre eux ment. Donc Alice ne peut pas être la menteuse. Charles est donc le menteur.

2. Les grand-parents de Bob aiment les roses. Certains jours, ils veulent 3 roses blanches, 2 roses rouges et 1 rose jaune. Les autres jours, ils veulent 1 rose blanche, 2 roses rouges et 3 roses jaunes. Bob est chez le fleuriste et il a oublié la préférence de ses grands-parents pour aujourd'hui. Bob doit acheter suffisamment de roses pour être sûr que les bonnes roses sont parmi elles (le nombre de roses qu'il achète peut dépendre de la couleur, car on peut acheter des roses individuelles de n'importe quelle couleur). Quel est le nombre minimum de roses qu'il doit acheter ?

   Réponse correcte : 8
   Réponses : 6, 8, 10, 12
   Solution : Il faut 3 roses blanches, 2 roses rouges et 3 roses jaunes.

3. Un jeu de société contient de nombreuses cartes de direction, qui peuvent être Nord, Est, Ouest ou Sud. Un joueur qui a trois cartes de direction du même type gagne. Combien de cartes suffisent à un joueur pour gagner avec une certitude absolue ? Choisissez le plus petit nombre de cartes possible.

   Réponse correcte : 9
   Réponses : 3, 6, 9, 12
   Solution : Le cas le plus malchanceux est celui où l'on a deux cartes de chaque type, soit 8 cartes. Avec 9 cartes, on est sûr d'avoir trois cartes du même type.

4. Quarante enfants ont reçu une invitation à une fête d'anniversaire, mais tous ne sont pas venus. Lors de la fête, les enfants ont joué à un jeu se jouant en équipes de 8 joueurs et aucun enfant n'a été laissé sans équipe. Ils ont également joué à un jeu se jouant en équipes de 5 joueurs : deux enfants ne faisaient pas partie

d'une équipe, et ils sont devenus arbitres pour ce jeu. Combien d'enfants étaient présents à la fête ?
Réponse correcte : 32
Réponses : 12,20,24,32
Solution : On cherche un nombre de 0 à 40 qui est un multiple de 8 et dont la division euclidienne par 4 a pour reste 2. Le seul nombre de cette forme est 32.

5. Vous avez deux pommes identiques, une banane et une orange. Vous devez les donner à quatre enfants (Alice, Bob, Charles et David), de manière à ce que chaque enfant reçoive précisément un fruit. De combien de manières différentes pouvez-vous distribuer les fruits aux enfants ?
Réponse correcte : 12
Réponses : 4, 6, 8, 12
Solution : Vous n'avez qu'à choisir à qui donner la banane (4 choix) et à qui l'orange (il reste 3 choix). Il y a 12 possibilités.
6. Le cadre d'une peinture doit avoir la forme d'un rectangle avec un trou rectangulaire à l'intérieur. Pour construire un tel cadre on vous donne 4 pièces en bois : elles font toutes 10 cm de large, mais deux d'entre elles font 40 cm de long tandis que les deux autres font 60 cm de long. Vous pouvez construire différents cadres en collant simplement les morceaux de bois ensemble. Quel est le plus grand espace que vous pouvez obtenir à l'intérieur du cadre ? Donnez votre résultat en centimètres carrés.
Réponse correcte : 1600
Réponses : 1000, 1200, 1500, 1600
Solution : On peut construire un cadre de 60 cm$\times$60 cm avec un espace de 40cm$\times$40 cm (1 600 cm^2). Ou on peut faire un cadre de 50cm$\times$70cm avec un espace de 30cm$\times$50cm (1500 centimètres carrés). Ou bien on peut faire un cadre de 40cm$\times$80cm avec un espace de 20cm$\times$ 60cm (1200 centimètres carrés).
7. Vous devez résoudre 200 problèmes mathématiques, et heureusement le génie de la lampe vous aidera en exauçant certains souhaits. Le souhait 1 vous permettra de résoudre 60% des problèmes non résolus, le souhait 2 vous permettra de résoudre 40% des problèmes non résolus, le souhait 3 vous permettra de résoudre 50 problèmes non résolus (ou tous les problèmes restants, si vous avez moins de 50 problèmes non résolus restants). Vous pouvez demander deux souhaits distincts dans l'ordre que vous préférez. Quels souhaits devriez-vous demander pour résoudre le plus grand nombre possible de problèmes ? Par exemple, la réponse (2,3) signifie que le premier souhait que vous demandez est le souhait 2 et que le deuxième souhait que vous demandez est le souhait 3.
Réponse correcte : (1,3)
Réponses : (1,2), (2,1), (1,3), (3,1)
Solution : (1,2) et (2,1) laisseront tous les deux 48 problèmes non résolus. (1,3) laissera 30 problèmes non résolus. (3,1) laissera 60 problèmes non résolus. (2,3) et (3,2) sont moins bons que (1,3) et (3,1) respectivement.

8. Vous conduisez à distance une petite voiture sur un circuit en forme de polygône régulier à 10 côtés. À la fin de chaque segment droit, vous tournez à gauche d'un angle qui est strictement compris entre 0 et 180 degrés, et la mesure de cet angle donne de combien vous tournez. Combien devez-vous tourner au total en faisant un tour sur le circuit complet, en partant du milieu d'un côté ? La réponse est en degrés.

   Réponse correcte : 360

   Réponses : 180,360,900,1800

   Solution : La somme des angles extérieurs de tout polygone régulier est de 360 degrés.

9. Dans un pays étranger, il existe une devise monétaire appelée AUR. Il existe des pièces d'or d'une valeur de 1AUR ou 3AUR ou 9AUR. De combien de pièces avez-vous besoin au minimum pour pouvoir payer n'importe quelle facture d'un montant compris entre 1AUR et 44AUR ? Vous pouvez librement choisir les pièces, mais vous devez les choisir avant de connaître le montant de la facture.

   Réponse correcte : 8

   Réponses : 7,8,9,10

   Solution : Vous pouvez prendre 4 pièces de 9AUR, 2 pièces de 3AUR, 2 pièces de 1AUR. C'est optimal car avec seulement 3 pièces ou moins de 9AUR, il faudrait au moins 10 pièces pour payer 44 AUR (3 x 9AUR + 5 x 3AUR + 2 x 1AUR), et avec 4 pièces de 9 AUR il en faut au moins 8 pièces pour payer 44 AUR. Les pièces données permettent de payer n'importe quelle facture de la gamme de prix : en utilisant les pièces de 9AUR, il reste à payer un montant de 1AUR à 8AUR, qui peut être payé avec les pièces de 3AUR ou 1AUR données.

10. Alice et Zoe, lorsqu'elles courent seules, courent toujours à leur vitesse habituelle qui est constante. Alice parcourt 1 kilomètre en 3 :20 (3 minutes et 20 secondes), tandis que Zoé parcourt 1 kilomètre en 4 :10. Elles ont prévu de courir ensemble sur un chemin rectiligne le long de la rivière qui fait 9km de long. Elles viennent de s'envoyer un message et ont découvert que, sur un malentendu, elles se trouvaient aux deux extrémités différentes du chemin. Elles commencent alors à courir l'une vers l'autre. Au bout de combien de temps vont-elles se rencontrer ?

    Réponse correcte : 16 :40

    Réponses : 12 :30, 13 :20, 16 :40, 20 :00

    Solution : Alice court 1km en 200 secondes, Zoe en 250 secondes, donc la vitesse d'Alice est 5/4 de la vitesse de Zoe. Par conséquent, elles se rencontreront après qu'Alice a parcouru 5/9 de la distance totale et Zoe 4/9 de la distance totale. Ainsi, Alice a couru 5km, ce qui prendra 16 :40.

11. Vous avez 8 bâtons pour faire un polygone fermé, et les côtés du polygone doivent être horizontaux ou verticaux. Si chaque bâton a pour longueur 1, quelle est la plus grande surface que vous pouvez obtenir en utilisant tous les bâtons ? Comme unité de mesure de l'aire, on prend le carré de l'unité de longueur.

Réponse correcte : 4
Réponses : 3,4,5,6
Solution : En utilisant tous les bâtons, on peut construire un carré de taille 2×2 d'aire 4, un rectangle 3×1 d'aire 3, et une figure en L d'aire égale à 3.

12. Vous avez deux dés équilibrés à quatre faces : le premier dé est rouge et le deuxième dé est bleu, et vous les lancez tous les deux en même temps. Sur les quatre faces de chaque dé, il y a les chiffres de 1 à 4. Quelle est la somme des résultats des deux dés la plus probable ?
Réponse correcte : 5
Réponses : 4,5,6,7
Solution : Considérons l'ensemble des résultats du premier dé et du deuxième dé, composé des 16 paires formées avec les nombres de 1 à 4. Les nombres 2 et 8 peuvent être obtenus chacun avec une seule paire. Les nombres 3 et 7 peuvent être obtenus chacun avec deux paires. Les nombres 4=3+1=2+2 et 6=4+2=3+3 peuvent être obtenus chacun avec trois paires. Le nombre 5=4+1=3+2 peut être obtenu avec quatre paires.

13. Vous avez un appel vidéo avec des amis qui sont des locuteurs natifs de la langue combi. Vous ne vous souvenez que de quatre mots différents dans la langue combi : Xix, Yiy, Ziz, Wiw. Précisément l'un d'entre eux est extrêmement drôle. Vous savez que si vous écrivez certains de ces mots à l'un de vos amis, votre ami se mettra immédiatement à rire si et seulement si le mot drôle fait partie des mots que vous avez choisis.
Vous pouvez écrire exactement un message avec des mots combi à chacun de vos amis en ligne. Vous pouvez choisir le nombre de mots et quels mots écrire. Vous pouvez envoyer différents messages individuels, mais tous les messages sont envoyés en même temps. Ensuite, vous pouvez vérifier dans l'appel vidéo qui rit. Combien d'amis au minimum doivent être présents dans l'appel vidéo pour que vous puissiez déterminer le mot amusant avec la méthode ci-dessus dans tous les cas ?
Réponse correcte : 2
Réponses : 1,2,3,4
Solution : Un ami ne suffit pas car en testant un seul message, vous ne pouvez pas déterminer le mot drôle. Deux amis suffisent : vous envoyez le premier mot uniquement au premier ami, le deuxième mot uniquement au deuxième, le troisième mot aux deux et le quatrième mot à aucun d'eux.

14. Dans un groupe de koalas, les deux koalas les plus légers pèsent ensemble 25% du poids total du groupe, tandis que les trois koalas les plus lourds pèsent ensemble 60% du poids total du groupe. Combien y a-t-il de koalas dans le groupe ?
Réponse correcte : 6
Réponses : 5, 6, 7, 8
Solution : Plus de 5, car les cinq koalas cités ne représentent pas 100% du poids. Chaque koala intermédiaire pèse chacun au moins 12,5% du poids total et au plus

20% du poids total. Puisqu'il ne manque que 15% du poids total, il y a de la place pour au plus un koala intermédiaire. Il y a donc 6 koalas.

15. Amy et Ben s'affrontent au Jeu des Bonbons. Au départ, il y a 10 bonbons. Amy et Ben jouent l'un après l'autre. Chaque joueur peut lors de son tour retirer 2 ou 3 bonbons. Le premier joueur qui ne peut pas jouer (car il reste moins de 2 bonbons) a perdu. Amy joue en premier. Si Amy et Ben souhaitent tous les deux gagner et qu'ils adoptent la meilleure stratégie possible, qui gagne ?

    Réponse correcte : Ben

    Réponses : Amy, Ben

    Solution : Considérons le nombre de bonbons restants. Avec 0 ou 1 bonbons on est perdant. Avec 2,3 ou 4 bonbons on est gagnant (pour 4 bonbons choisir de prendre 3 bonbons, pour 3 bonbons choisir de prendre 2 ou 3 bonbons, pour 2 bonbons choisir de prendre 2 bonbons). Avec 5 ou 6 bonbons, on est perdant (prendre 2 ou 3 bonbons place l'autre joueur dans une situation gagnante). Avec 7, 8 ou 9 bonbons, l'un est le gagnant (prendre 2 ou 3 bonbons place l'autre joueur dans une situation perdante). Avec 10 bonbons on est perdant (prendre 2 ou 3 bonbons place l'autre joueur dans une situation gagnante). Donc Ben gagne à coup sûr.

16. Combien de fous pouvez-vous placer au maximum sur un échiquier de taille 4×4, de sorte qu'il n'y ait pas deux fous sur une même diagonale ?

    Réponse correcte : 6

    Réponses : 4,5,6,7

    Solution : A1, A3, B1, C4, D1, D2 fonctionnent, donc la réponse est au moins 6. Il y a 7 diagonales allant d'en bas à gauche jusqu'en haut à droite, donc la réponse est au plus 7. Cependant, la première et la dernière diagonale sont sur une même diagonale dans l'autre sens, donc on ne peut pas placer de fous dans les deux. Donc la réponse est au plus 6.