MathDay 2022 Intermediate

Questions (12 questions sans preuves)

Chaque question vaut 3 points. Une bonne réponse rapporte 3 points, une mauvaise réponse rapporte 0 point, et ne pas répondre rapporte 1 point.

1. Un stand forain propose un jeu avec une roue de la fortune. Les nombres 1 à 5 sont écrits sur la roue, et quand elle est tournée, chaque nombre sort avec une probabilité égale.

   Pour jouer au jeu, vous pariez sur n'importe quel nombre entre 2 et 10 (inclus) de votre choix. La roue tourne alors deux fois et si la somme des deux nombres obtenus est égale au nombre sur lequel vous avez parié, vous gagnez un ours en peluche. Sinon, vous ne gagnez rien. Sur quel numéro miser pour maximiser vos chances de gagner l'ours en peluche ?
2. Quel est le nombre maximum de reines que vous pouvez placer sur un échiquier de taille 5×5, de sorte qu'il n'y ait pas deux reines sur la même diagonale, ligne ou colonne ?
3. Soixante enfants ont reçu une invitation à une fête d'anniversaire, mais tous ne sont pas venus. Lors de la fête, les enfants ont joué à un jeu se jouant en équipes de 12 joueurs et aucun enfant n'a été laissé sans équipe. Ils ont également joué à un jeu se jouant en équipes de 5 joueurs : un enfant ne faisait pas partie d'une équipe, et il est devenu arbitre pour ce jeu. Combien d'enfants étaient présents à la fête ?
4. Vous avez deux pommes identiques, deux oranges identiques et une banane. Vous devez les donner à cinq enfants, de manière à ce que chaque enfant reçoive précisément un fruit. De combien de manières différentes pouvez-vous distribuer les fruits aux enfants ?
5. Dans un pays étranger, il existe une devise monétaire appelée AUR. Il existe des pièces d'or d'une valeur de 1AUR ou 3AUR ou 9AUR. De combien de pièces avez-vous besoin au minimum pour pouvoir payer n'importe quelle facture d'un montant compris entre 1AUR et 107AUR ? Vous pouvez librement choisir les pièces, mais vous devez les choisir avant de connaître le montant de la facture.
6. Alice et Zoe, lorsqu'elles courent seules, courent toujours à leur vitesse habituelle qui est constante. Alice parcourt 1 kilomètre en 4 :10 (4 minutes et 10 secondes), tandis que Zoé parcourt 1 kilomètre en 5 :00. Elles ont prévu de courir ensemble

sur un chemin rectiligne le long de la rivière qui fait 11km de long. Elles viennent de s'envoyer un message et ont découvert que, sur un malentendu, elles se trouvaient aux deux extrémités différentes du chemin. Elles commencent alors à courir l'une vers l'autre. Au bout de combien de temps vont-elles se rencontrer ? Donnez votre réponse en minutes.

7. Vous arrivez sur une île habitée par 7 nains. Un nain peut soit dire la vérité, soit être un menteur. Les diseurs de vérité disent toujours la vérité et les menteurs mentent toujours. Tous les nains font la queue en ligne droite pour vous accueillir. Ils regardent tous dans votre direction.
   Le premier nain de la file dit : "Tous les nains derrière moi sont des menteurs."
   Tous les autres nains disent : "Le nain juste devant moi est un menteur."
   Combien de nains mentent ?
8. Vous avez un appel vidéo avec des amis qui sont des locuteurs natifs de la langue combi. Vous ne vous souvenez que de quatre mots différents dans la langue combi : Xix, Yiy, Ziz, Wiw. Précisément l'un d'entre eux est extrêmement drôle. Vous savez que si vous écrivez certains de ces mots à l'un de vos amis, votre ami se mettra immédiatement à rire si et seulement si le mot drôle fait partie des mots que vous avez choisis.
   Vous pouvez écrire exactement un message avec des mots combi à chacun de vos amis en ligne. Vous pouvez choisir le nombre de mots et quels mots écrire. Vous pouvez envoyer différents messages individuels, mais tous les messages sont envoyés en même temps. Ensuite, vous pouvez vérifier dans l'appel vidéo qui rit. Combien d'amis au minimum doivent être présents dans l'appel vidéo pour que vous puissiez déterminer le mot amusant avec la méthode ci-dessus dans tous les cas ?
9. Amy et Ben s'affrontent au Jeu des Bonbons. Au départ, il y a 10 bonbons. Amy et Ben jouent l'un après l'autre. Chaque joueur peut lors de son tour retirer 2 ou 3 bonbons. Le premier joueur qui ne peut pas jouer (car il reste moins de 2 bonbons) a perdu. Amy joue en premier. Si Amy et Ben souhaitent tous les deux gagner et qu'ils adoptent la meilleure stratégie possible, qui gagne ? Répondez 1 pour Amy et répondez 2 pour Ben.
10. Un musée très moderne d'art très moderne a deux étages, l'un au-dessus de l'autre. Chaque étage se compose de quatre couloirs reliés et formant un carré. Il est possible de passer de chaque couloir aux deux voisins du même étage. Au bout de chaque couloir se trouve un escalier reliant verticalement les deux étages. La seule entrée est également la seule sortie et elle est située dans un coin du rez-de-chaussée. Vous voulez marcher le long de chaque couloir exactement une fois (la direction n'a pas d'importance pour vous). Vous pouvez effectuer différents circuits, selon l'ordre dans lequel vous visitez les couloirs. Combien y a-t-il de circuits différents, supposant que vous preniez l'escalier exactement deux fois ?
11. Vous avez une pièce qui, lorsqu'elle est lancée, revient plus souvent face que pile. Vous et un ami jouez au jeu suivant : vous lancez la pièce deux fois. Si le résultat

est deux fois le même, vous gagnez. Si les résultats des lancers sont différents, votre ami gagne. Qui est le plus susceptible de gagner ? Répondez 1 si vous avez une plus grande probabilité de gagner, répondez 2 si votre ami a une plus grande probabilité de gagner, répondez 3 si vous et votre ami avez la même probabilité de gagner.

12. Vous possédez un sac de pâtes en forme de lettres pour enfants. Il y a 26 lettres différentes. Si vous prenez 99 pâtes du sac, quel est le plus grand nombre entier n tel que vous puissiez être sûr d'avoir au moins n pâtes représentant la même lettre ?