Invariants

1 Invariants

Pour certains problèmes on considère des transformations, et il est utile d'associer aux problèmes des quantités (appellées **invariants**) qui ne changent pas avec les transformations. Les invariants permettent de résoudre des problèmes dans lesquels une tâche, une opération ou une transformation est répétée un certain nombre de fois (éventuellement une infinité).

Exemple : Si deux nombres entiers sont donné et la transformation consiste en l'ajout d'un nombre au premier et la soustraction du même nombre au deuxième, alors la somme des deux nombres est invariante.

Exemple : Si deux nombres entiers sont donné et la transformation consiste en l'ajout d'un nombre pair au premier et la soustraction du même nombre au deuxième, alors la somme des deux nombres est invariante, ainsi que la parité de chaque nombre.

Les invariants sont utiles pour montrer que l'on ne peut atteindre une certaine configuration. Par example, dans l'exemple on ne peut passer de $(13, 12)$ à $(15, 7)$.

2 Monovariants

Un **monovariant** est, comme un invariant, une quantité que l'on peut calculer à chaque étape. La différence est que sa valeur n'est plus invariante au cours du temps, mais varie de manière monotone (c'est-à-dire croissante ou décroissante). Un monovariant peut par exemple servir pour montrer qu'un processus se termine toujours. C'est le cas pour un monovariant qui est toujours positif et strictement décroissant à chaque étape.

Dans d'autres problèmes ça aide de considérer une certaine quantité plus simple, même si celle-ci n'est ni un invariant ni un monovariant.