

Travaux pratiques Probabilités et Statistiques 1
Contrôle continu n°1
(à rendre Vendredi 27 novembre 2020 à minuit au plus tard)

1. (3 points) Décider si les assertions suivantes sont vraies ou fausses. Si une assertion est vraie, donner une preuve, sinon donner un contre-exemple. Soit $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espace de probabilité et $A, B, C \in \mathcal{A}$ des événements distincts. On utilise la notation $A \perp\!\!\!\perp B$ pour indiquer que A et B sont indépendants sous \mathbb{P} .
 - (i) $[A \perp\!\!\!\perp B, B \perp\!\!\!\perp C, A \perp\!\!\!\perp B \cap C] \Rightarrow C \perp\!\!\!\perp A \cap B$
 - (ii) $[A \perp\!\!\!\perp B, A \perp\!\!\!\perp C] \Rightarrow A \perp\!\!\!\perp B \cup C$
 - (iii) $[A \perp\!\!\!\perp B, A \perp\!\!\!\perp C, B \cap C = \emptyset] \Rightarrow A \perp\!\!\!\perp B \cup C$
2. (2 points) Deux systèmes de communication de signaux sont composés respectivement de 5 et 3 composantes principales qui fonctionnent de façon indépendante avec une probabilité $p \in]0, 1[$. Pour que le signal soit bien réceptionné, il faut qu'au moins la moitié des composantes de chacun des systèmes fonctionne. Pour quelles valeurs de p le système de communication à 5 composantes est-il plus susceptible de fonctionner de manière efficace que le système à 3 composantes ?
3. (2 points) Soient X_1 et X_2 deux variables aléatoires indépendantes qui suivent les lois de Poisson de paramètre respectif λ et μ . Quelle est la loi de la variable $X_1 + X_2$?
4. (3 points) Une assurance verse des indemnités pour les dommages dus à la grêle. Le nombre X de tempêtes de grêle par an est modélisé à l'aide de la loi de Poisson. En moyenne, les tempêtes de grêle se produisent deux fois par an.
 - (a) Quelle est la probabilité d'avoir au plus 2 tempêtes de grêle par an ?
 - (b) Quelle est la probabilité qu'on ait au plus 5 tempêtes de grêle pendant 3 années successives ? (Indication: on peut utiliser Ex. 3)
 - (c) Combien d'années doivent s'écouler pour avoir, avec une probabilité d'au moins 90%, une année avec plus de 2 orages de grêle ?