Bachelor académique en Sciences et Ingénierie

Probabilités et Statistique

Feuille de TD n^{o} 1 2020-21

1. (*Trois dés*) On jette trois dés non pipés.
   (a) Calculer la probabilité d'obtenir au moins un 6.
   (b) Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux faces portant le même chiffre.
   (c) Calculer la probabilité que la somme des points marqués sur les trois faces soit paire.

2. Pour deux événements A et B il est connu que

$$\mathbb{P}(A) = 0,25 \; ; \quad \mathbb{P}(B) = 0,45 \; ; \quad \mathbb{P}(A \cup B) = 0,5 \, .$$

   Calculer les probabilités:

$$\mathbb{P}(A \cap B^c) \; ; \quad \mathbb{P}(A^c \cap B^c) \quad \text{et} \quad \mathbb{P}(A \Delta B),$$

   où $A\Delta B := (A \cup B) \backslash (A \cap B)$.

3. Avec quelle probabilité un nombre tiré au hasard dans $\{1, \ldots, 1000\}$ n'est divisible ni par 2, ni par 3, ni par 5?

4. Quel nombre minimum d'enfants doit comprendre une famille, pour qu'il y ait un garçon avec une probabilité de 90 % (respectivement 99 %)?

5. Soit $(\Omega, \mathscr{P}(\Omega), \mathbb{P})$ un espace probabilité discret. Montrer les conditions suivantes:
   (a) $\mathbb{P}$ vérifie la propriété de la continuité croissante, c.à.d. si (A_n) est une suite croissante d'ensembles de $\mathscr{P}(\Omega)$, alors

$$\lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}(\cup_n A_n)$$

   (b) $\mathbb{P}$ vérifie la propriété de la continuité décroissante, c.à.d. si (A_n) est une suite décroissante, alors

$$\lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(A_n) = \mathbb{P}(\cap_n A_n)$$

   (c) $\mathbb{P}$ est continue en $\varnothing$, c.à.d. si (A_n) est une suite décroissante telle que $\cap_n A_n = \varnothing$, alors

$$\lim_{n \to \infty} \mathbb{P}(A_n) = 0.$$

6. Le Chevalier de Méré (1610–1685), joueur et mathématicien amateur, s'étonnait un jour devant Blaise Pascal, que, jetant simultanément trois dés, une somme de 11 était observée plus souvent qu'une somme de 12, bien que 11 soit produit par les combinaisons 6-4-1, 6-3-2, 5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3, et 12 par le même nombre de combinaisons (à savoir 6-5-1, 6-4-2, 6-3-3, 5-5-2, 5-4-3, 4-4-4). Doit-on considérer l'observation de Méré comme "due au hasard" ou bien y-a-t-il une faute dans son raisonnement?