

Bachelor académique en Sciences et Ingénierie
Probabilités et Statistique 2

Feuille de TD n° 5

2021

1. Soit $(X_n)_{n \geq 1}$ une suite de variables aléatoires indépendantes toutes de loi uniforme sur l'intervalle $[0, 1]$. Soit $g: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue. Que peut-on dire de

$$\frac{g(X_1) + \dots + g(X_n)}{n}$$

lorsque n tend vers $+\infty$?

2. (*Le pouvoir d'une minorité décidée*)

1.000.000 d'électeurs participent à une élection entre deux candidats A et B . Parmi eux, 2.000 électeurs connaissent le candidat A à cause de l'organisation de la campagne électorale, et votent en bloc pour lui. Les 998.000 électeurs restants sont plus ou moins indécis et prennent leur décision indépendamment les uns des autres en jouant à pile ou face avec une pièce non faussée.

Quelle est la probabilité p_A d'une victoire du candidat A ?

3. (*Fille ou garçon?*)

En Suisse, entre 1871 et 1900, sont nés 1.359.670 garçons et 1.286.086 filles. Qu'est-ce que vous pensez de l'hypothèse que les filles et les garçons naissent avec la même probabilité ?

4. Une pièce tombe sur pile avec la probabilité 0.6. À chaque coup, je mise 1 euro sur face.
- (a) Expliciter mon gain G_n après n parties à l'aide d'une suite de variables aléatoires i.i.d. bien choisies.
 - (b) À l'aide de la Loi des Grands Nombres, estimer mon gain après 400 coups et majorer, en utilisant l'inégalité de Tchebychev, la probabilité qu'il soit positif.
 - (c) À l'aide du Théorème Central Limite, estimer la probabilité que mon gain après 400 coups soit positif. Comparer avec la question précédente.