
Seminar zur Algebra: Unendliche Galois-Theorie

Sommersemester 2009, Mo 14-16 Uhr, T03 R02 D81

Universität Duisburg-Essen
Institut für Experimentelle Mathematik

Prof. Dr. Gabor Wiese
Dipl.-Math. Ralf Butenuth

Der Hauptsatz der *endlichen* Galois-Theorie, das eigentliche Hauptergebnis jeder Algebra-Vorlesung, beschreibt für *endliche Galois-Erweiterungen* L/K explizite Bijektionen:

$$\{ \text{Zwischenkörper } L/M/K \} \Leftrightarrow \{ \text{Untergruppen } H \leq \text{Gal}(L/K) \}.$$

Die a priori komplizierte Welt der Körpererweiterungen kann also vollständig in der meist einfacheren Welt der Gruppen beschrieben werden!

Um den Hauptsatz auf *unendliche* Galois-Erweiterungen L/K auszudehnen, muss man eine *Topologie* auf der Galois-Gruppe einführen, also in einem geeigneten Sinn Begriffe wie *offene* und *abgeschlossene* Mengen und Untergruppen definieren. Tut man dies auf sehr natürliche Weise, gelangt man zum Hauptsatz der *unendlichen Galois-Theorie*, der wiederum explizite Bijektionen gibt:

$$\{ \text{Zwischenkörper } L/M/K \} \Leftrightarrow \{ \text{abgeschlossene Untergruppen } H \leq \text{Gal}(L/K) \}.$$

Im Seminar werden wir den Hauptsatz der unendlichen Galois-Theorie im Detail erklären und beweisen. Dazu werden wir Schritt für Schritt die nötigen Begriffe einführen. Dabei werden folgende, auch außerhalb des Seminars sehr wichtige, Themen behandelt:

- Topologien: Definition und Beispiele.
- Topologische Gruppen: Beispiele Lie-Gruppen (z.B. $GL_n(\mathbb{R})$), proendliche Gruppen.
- p -adische Zahlen (zahlentheoretische Variante der reellen Zahlen).
- Berechnung der Galois-Gruppe von $\overline{\mathbb{F}_p}/\mathbb{F}_p$.
- Galois-Darstellungen (sehr wichtiges Hilfsmittel der modernen Zahlentheorie, z.B. beim Beweis des großen Fermatschen Satzes).

Die unendliche Galois-Theorie und alle im Seminar behandelten Begriffe und Techniken finden weitreichende Anwendungen in der gesamten "reinen Mathematik".

Vorbesprechung:

Die Vorbesprechung findet am Mittwoch, dem 4. Februar 2009, um 11 Uhr in T03 R04 D10 statt. Bei der Vorbesprechung werden bereits die ersten Vorträge verteilt. Sollten Sie an diesem Termin verhindert sein oder ihn verpasst haben, senden Sie bitte eine E-Mail.

Weitere Informationen und Hilfestellungen:

G. Wiese (Büro ES 06 im IEM, Tel.: (0201) 183-7620, E-Mail: gabor.wiese@uni-due.de).
R. Butenuth (Tel.: (0201) 183-3659, E-Mail: ralf.butenuth@uni-due.de).