

Revidiertes Programm zum Seminar “K-Theorie”, Prof. Dr. A. Schmidt, Dr. G. Wiese.

Das Seminar wird von nun an **dienstags von 14 bis 16 Uhr** stattfinden in der Physik im **Raum 9.1.09**.

I. Grundlagen

1. Ringe und Ideale. [Beate Feldmeier]

Behandle die Seiten 1 bis einschließlich 7 von [1] unter Auslassung des Abschnittes über das Nil- und das Jacobsonradikal.

Wiederhole also insbesondere die Begriffe Ring, Ringhomomorphismus, Ideal, Einheit, Nullteiler, Integritätsbereich, nilpotent, lokaler Ring, Primideal und maximales Ideal. Gib Beispiele. Beweise den Chinesischen Restsatz ([1], Proposition 1.10) und folgere den Chinesischen Restsatz der elementaren Zahlentheorie.

2. Moduln. [Bernd Barner]

Wiederhole die Seiten 17 bis 20 von [1]. Behandle kurz den Begriff des freien Moduls und beweise Proposition 2.3. Definiere exakte Folgen. Behandle den Spezialfall kurzer exakter Folgen.

Sei R ein kommutativer Ring. Eine kurze exakte Folge

$$0 \rightarrow A \xrightarrow{\alpha} B \xrightarrow{\beta} C \rightarrow 0$$

von R -Moduln heißt *zerfallend*, falls es einen *Schnitt* gibt; das ist ein Homomorphismus $\gamma : C \rightarrow B$ derart, dass $\beta \circ \gamma$ die Identität auf C ist. Beweise: Zerfällt obige kurze exakte Folge, so gilt: $B \cong A \oplus C$.

Ein R -Modul P heißt *projektiv*, wenn jede exakte Folge von R -Moduln

$$0 \rightarrow A \xrightarrow{\alpha} B \xrightarrow{\beta} P \rightarrow 0$$

zerfällt. Beweise, dass jeder freie Modul projektiv ist, dass jeder projektive Modul direkter Summand eines freien Moduls ist, und dass jeder direkte Summand eines freien Moduls projektiv ist. Behandle nun Proposition 2.9 von [1].

Beweise auch die folgende Variante des Teils (ii) davon: Sei $0 \rightarrow N' \xrightarrow{u} N \xrightarrow{v} N'' \rightarrow 0$ eine exakte Folge von R -Moduln, und sei P ein projektiver R -Modul. Dann ist auch die Folge

$$0 \rightarrow \text{Hom}(P, N') \rightarrow \text{Hom}(P, N) \rightarrow \text{Hom}(P, N'') \rightarrow 0$$

exakt.

Wiederhole nun das Tensorprodukt von Moduln und berichte von wichtigen Eigenschaften ([1], S. 24-28 oben). Behandle abschließend die Exaktheitseigenschaften des Tensorprodukts (S. 28-29) genau, definiere und diskutiere also insbesondere den Begriff der Flachheit.

Gib zu jeder Aussage Beispiele.

3. *Lokalisierung*. [Christine Pfeuffer]

Behandle die Seiten 36 bis 41 von [1] im Detail. Gib zu jeder Aussage Beispiele.

4. *Hauptidealringe*. [Ulrich Lehmann]

Präsentiere die Theorie der endlich erzeugten Moduln über Hauptidealringen. Folge dabei z.B. [2] oder [3]. Beweise äquivalente Charakterisierungen von projektiven und flachen Moduln im Falle des Hauptidealringes.

5. *Kettenbedingungen*. [Manuel Liedel]

Führe die Kettenbedingungen aus [1], Kapitel 6, ein und diskutiere diese. Von [1], Kapitel 8, beweise Proposition 8.1 und Theorem 8.7. Formuliere Theorem 2.9 von [4].

II. Algebraische K-Theorie

1. *Die Gruppe K_0* . [Nikola Frankerl]

Behandle die Seiten 3 bis 8 von [5]. Diskutiere Beispiele; z. B. den Fall, dass Λ ein Hauptidealring ist.

2. *Dedekindringe*. [Amaury Thuillier]

Behandle [5], Seiten 9 bis 18.

3. *Konstruktion projektiver Moduln*. [Wer?]

Behandle [5], Seiten 19 bis 24.

4. *Die Whiteheadgruppe K_1* . [Wer?]

Behandle [5], Seiten 25 bis 32 ohne Remark 3.4.

5. *Evtl. noch weitere Vorträge*

Literatur

[1] Atiyah, Macdonald. *Introduction to Commutative Algebra*. Addison-Wesley.

[2] S. Bosch. *Algebra*. Springer-Verlag.

[3] S. Lang. *Algebra*. Verschiedene Auflagen vorhanden.

[4] J. S. Milne. *Étale Cohomology*. Princeton University Press, 1980.

[5] J. Milnor. *Introduction to Algebraic K-Theory*. Princeton University Press, 1971.